

Elementarna matematika 2

Zadaci s vježbi

Dvanaesti tjedan

Zadatak 1. Dana je elipsa takva da normala u svakoj njenoj točki prolazi njenim središtem. Dokažite da je ta elipsa kružnica.

Zadatak 2. Dokažite da su tangente na parabolu povučene iz bilo koje točke njene direktrise međusobno okomite.

Zadatak 3. Dana je elipsa $b^2x^2 + a^2y^2 = a^2b^2$ i točka D na njoj. Tangenta na elipsu kroz točku D siječe y -os u točki T , a normala kroz točku D siječe y -os u točki N . Dokažite da fokusi elipse leže na kružnici opisanoj trokutu TDN .

Zadatak 4. Dokažite da površina trokuta koji zatvaraju asimptote hiperbole i tangenta na hiperbolu ne ovisi o izboru tangente.

Zadatak 5. Dokažite da sve tetive parabole koje su hipotenuze pravokutnog trokuta s pravim kutem u ishodištu prolaze istom točkom.

Zadatak 6. Neka su F_1 i F_2 fokusi elipse, te A i B glavna tjemena elipse (sjecišta pravca kroz fokuse i elipse), tako da je F_1 između A i F_2 . Neka je P točka na elipsi, te neka je Q diralište kružnice upisane trokutu F_1F_2P i dužine $\overline{F_1F_2}$. Dokažite da je $|AQ| = |F_1P|$.

Zadatak 7. Odredite jednadžbu kružnice koja u točkama $(8, 8)$ i $(8, -8)$ siječe parabolom $y^2 = 8x$ pod pravim kutem.